Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Departamentul de Calculatoare șiTehnologia Informației
Departamentul de Matematici Aplicate

Sesiunea de admitere la facultate
Iulie2015
Probăscrisă la matematică

Modelul 1

Programele de studii:Calculatoare cu predare în limba română;
Calculatoare cu predare în limba engleză

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiveste de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor complexe ecuaţia $z^3 = -8$.
5p **2.** Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie cu axele de coordonate a graficului funcţiei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 6x + 8$.
5p **3.** Arătaţi că ecuaţia $x^2 - 2x + \sin^2 a = 0$ are soluţii reale, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
5p **4.** Să se determine numărul termenilor raţionali ai dezvoltării $(\sqrt[4]{5} + 1)^{60}$.
5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2), B(2,3)$şi$C(0,5)$. Determinaţi ecuaţia paralelei duse prin Cla AB.
5p **6.** Fie $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\mathrm{tg}^2 x = 6$. Să se calculeze $\cos^2 x$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = m \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$ şi $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
5p a) Să se arate că determinantul matricei sistemului are valoarea $(m + 2)(m - 1)^2$;
5p b) Să se resolve sistemul, în cazul în care este compatibil determinat;
5p c) Să se resolve sistemul, dacă $m \in \{-2,1\}$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - 3X^2 - 2X + a$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.
5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $X - 1$;
5p b) Pentru $a = 8$, să se determine rădăcinile reale ale polinomului f;
5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $\frac{x_2+x_3}{x_1} + \frac{x_3+x_1}{x_2} + \frac{x_1+x_2}{x_3} = 1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^{x+1} - |x|$.
5p a) Să se studieze derivabilitatea funcţiei în origine;
5p b) Să se arate că pentru orice $m \in \mathbb{R}$, ecuaţia $f(x) - m = 0$ are o singură soluţie reală;
5p c) Să se determine asimptotele la graficul funcţiei f.

2. Se consideră $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^3} dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
5p a) Să se calculezeI_2;
5p b) Să se demonstreze că $I_{n+1} - I_n \leq 0, \forall\, n \in \mathbb{N}^*$;
5p c) Să se aratecă $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}, \forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Departamentul de Calculatoare și Tehnologia Informației
Departamentul de Matematici Aplicate

Sesiunea de admitere la facultate
Iulie2015
Probă scrisă la matematică

Modelul 2

Programele de studii: Calculatoare cu predare în limba română;
Calculatoare cu predare în limba engleză

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele$\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{5}$.
5p **2.** Să se determine valoarea minimă a funcţiei$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.
5p **3.** Să se resolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x-1) + \lg(6x-5) = 2$.
5p **4.** Să se verifice dacă numărul$\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ aparţine mulţimii $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$.
5p **5.** Să se determine numărul diagonalelor unui poligon convex cu 10 laturi.
5p **6.** În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2), B(-1,3)$și $C(-4,0)$. Să se calculeze lungimea înălţimii duse din vârful A al triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se verifice că $A^3 - A^2 = 2A$;
5p b) Să se calculeze A^{-1};
5p c) Să se arate că $A^{2016} + A^{2015} = 2^{2015}(A + I_3)$.

2. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ a numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = \sqrt{5^x + 5^y}$.

5p a) Să se calculeze$2 * (-2)$;
5p b) Să se arate că $x * (-x) \geq \sqrt{2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$;
5p c) Să se resolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $x * x = 5^{x+2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1}$.

5p a) Să se calculeze derivate funcţiei f;
5p b) Să se determine punctele graficului funcţiei$f$, în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta de ecuaţie $x - 18y = 0$;
5p c) Să se arate că, dacă$x > 1$, atunci $\ln x^2 \geq \frac{4(x-1)}{x+1}$.

2. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, se consideră $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+3} dx$.

5p a) Să se calculeze I_1;
5p b) Să se arate că $I_{n+2} + 3I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$;
5p c) Să se arate că $\frac{1}{4(n+1)} \leq I_n \leq \frac{1}{4(n-1)}$, $\forall n \geq 2$.

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Departamentul de Calculatoare șiTehnologia Informației
Departamentul de Matematici Aplicate

Sesiunea de admitere la facultate
Iulie2015
Probă scrisă la matematică

Modelul 3

Programele de studii: Calculatoare cu predare în limba română;
Calculatoare cu predare în limba engleză

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiveste de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Fie $z \in \mathbb{C}$. Să se arate că $i(z-\bar{z}) \in \mathbb{R}$.

5p **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$, pentru care parabola asociată funcţiei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + (m+2)x + m$ este tangentă la axa Ox.

5p **3.** Să se arate că funcţia $f: (0, \infty) \to (1,5)$, $f(x) = \frac{x+5}{x+1}$ este bijectivă.

5p **4.** Să se resolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x + \lg(9-2x) = 1$.

5p **5.** Să se determine valorile reale ale lui a, pentru care vectorii $\vec{u} = (a-1)\vec{\imath} - (2a+2)\vec{\jmath}$ și $\vec{v} = (a+1)\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Fie ABC un triunghi care are $BC = 5$şi $\cos A = \frac{3}{5}$. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris ΔABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Fie polinomul $f = X^3 + pX + q$, $p, q \in \mathbb{R}$ şi x_1, x_2, x_3 rădăcinile complexe ale polinomului.

5p a) Ştiind că $p = 1$ şi $q = 0$, să se determine x_1, x_2, x_3;

5p b) Să se determine p, q, ştiind că $x_1 = 1 + i$;

5p c) Să se arate că $12(x_1^7 + x_2^7 + x_3^7) = 7(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2$.

2. Se consideră sistemul$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, pentru care sistemul este compatibil determinat;

5p b) Să se determine valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$, pentru care sistemul este incompatibil;

5p c) Să se resolve sistemul, pentru$a = 4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2)$.

5p a) Să se arate că f este convexă pe $\mathbb{R}$;

5p b) Să se arate că f' este mărginită;

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

2. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcţia $F_n: (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $F_n(x) = \int_0^x t^n e^{-t} dt$, $x > 0$.

5p a) Să se calculeze$F_1(x)$, $x > 0$;

5p b) Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcţiei F_n;

5p c) Să se calculeze $\lim_{x\to\infty} F_2(x)$.