

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Examen de admitere la licență - Sesiunea iulie 2019
Domeniul Calculatoare și Tehnologia Informației
Proba scrisă la matematică

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați modulul numărului complex $z = [(\sqrt{7} - 1) + i(\sqrt{7} + 1)]^{2019}$.
- 5p** 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x + \lg(x^3) + 2 = 0$.
- 5p** 3. Determinați x din egalitatea $4 + 7 + 10 + 13 + \dots + x = 714$.
- 5p** 4. Calculați suma $C_n^0 + 3C_n^1 + 9C_n^2 + 27C_n^3 + \dots + 3^n C_n^n$, $n \in \mathbb{N}$.
- 5p** 5. În raport cu reperul cartezian ortonormat xOy din plan, se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(-1, 1)$. Scrieți ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$.
- 5p** 6. Dacă în triunghiul ABC se cunosc lungimile laturilor $BC = 4$, $AB = 5$, $AC = 3$, atunci calculați $\cos A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$, matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$ și punctele $M(2, 0)$, $N(0, 3)$, $P(-1, \alpha)$.
- 5p** a) Pentru $\alpha = 2$, arătați că A este inversabilă.
- 5p** b) Aflați α astfel încât punctele M , N , P să fie coliniare.
- 5p** c) Pentru $\alpha = 0$, rezolvați ecuația $AX = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.
2. Fie polinomul $f = X^4 - X^3 + X^2 - X + 1$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 .
- 5p** a) Calculați suma $S = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$.
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - X$.
- 5p** c) Arătați că polinomul f are cel mult două rădăcini reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie și punctele de extrem pentru funcția f .
- 5p** c) Arătați că $0 < \int_0^1 e^{-x^2} dx \leq \frac{\pi}{4}$.
2. Fie $a > 0$ și funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - x^2 + ax - a$, $g(x) = (x - 1)^2$.
- 5p** a) Aflați a astfel încât $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x + 2$ să fie o primitivă a lui f .
- 5p** b) Calculați $\int_2^3 \frac{dx}{g(x)}$.
- 5p** c) Fie funcția $h : (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \int_e^x \frac{f(t)}{g(t)} dt$. Arătați că h este strict crescătoare, oricare ar fi $a > 0$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.