

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Examen de admitere la licență - Sesiunea iulie 2025
Domeniul Calculatoare și Tehnologia Informației
Proba scrisă la matematică

Varianta B

1. (0.45p) Dacă $x \circ y = x + y + xy$ este o lege de compoziție asociativă pe \mathbb{R} , atunci numărul $N = (-2025) \circ (-2024) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2024 \circ 2025$ este egal cu:

[A] -1; [B] 2025; [C] 1; [D] -2025; [E] 0.

2. (0.45p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Atunci determinantul matricei A este egal cu:

[A] 2; [B] 0; [C] 3; [D] 1; [E] 4.

3. (0.45p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)$ este:

[A] $2 - \sqrt{3}$; [B] 1; [C] $\sqrt{3}$; [D] ∞ ; [E] 0.

4. (0.45p) Mulțimea tuturor soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{1 - x^3} = 2x + 1$ este:

[A] \emptyset ; [B] $\{-2\}$; [C] $\{0\}$; [D] $\{-2, 0\}$; [E] $\{-1, 0, 2\}$.

5. (0.45p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x + 1$. Valoarea expresiei $f(f(0))$ este:

[A] 5; [B] 7; [C] 3; [D] 8; [E] 10.

6. (0.45p) Integrala $I = \int_{-1}^1 x e^{-x^2} dx$ este egală cu:

[A] $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$; [B] $\frac{\pi}{4}$; [C] 0; [D] $\frac{\pi}{2}$; [E] $\sqrt{\pi}$.

7. (0.45p) Partea reală a numărului complex $z = \frac{8}{1-i}$ este:

[A] 8; [B] 2; [C] 4; [D] -8; [E] -4.

8. (0.45p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x^2 + 2) - \ln(x^2 + 1))$ este:

[A] $-\infty$; [B] -2; [C] 1; [D] 0; [E] ∞ .

9. (0.45p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 & , \text{ dacă } x \leq 0 \\ e^{-x} + 1 & , \text{ dacă } x > 0 \end{cases} .$$

Atunci $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ este egală cu:

- [A] 1; [B] 0; [C] 2; [D] $+\infty$; [E] -1.

10. (0.45p) Valoarea integralei $\int_0^1 \frac{\arctg x}{x^2 + 1} dx$ este:

- [A] $\frac{3\pi}{4} - \sqrt{e}$; [B] $\frac{\pi^2}{4}$; [C] $\frac{\pi^2}{32}$; [D] $\sqrt{e} - \frac{\pi}{4}$; [E] $\ln \sqrt{2e}$.

11. (0.45p) Fie $a \in (0, \infty)$. Dacă vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 6\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2a\vec{j}$ sunt paraleli, atunci a este:

- [A] 2; [B] $\sqrt{3}$; [C] 3; [D] $\sqrt{2}$; [E] 1.

12. (0.45p) Valoarea numărului real m pentru care polinomul $f = X^4 + (m^2 - 1)X^2 + 2mX + 1$ este divizibil cu polinomul $g = X - 1$ este:

- [A] 0; [B] -1; [C] 4; [D] 2; [E] 1.

13. (0.45p) Valoarea integralei $\int_0^2 \frac{x+1}{x+2} dx$ este:

- [A] $2 - \ln 2$; [B] $2 \ln 2$; [C] $\ln 2$; [D] $1 - \ln 2$; [E] 1.

14. (0.45p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - (m-2)x - 2$, unde $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Valoarea lui m pentru care graficul funcției f este tangent axei Ox este:

- [A] -2; [B] 4; [C] 1; [D] 2; [E] -4.

15. (0.45p) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1+t^8) dt}{x^9}$ este:

- [A] $\frac{1}{8}$; [B] 0; [C] $\frac{1}{9}$; [D] $-\frac{1}{5}$; [E] $\frac{1}{5}$.

16. (0.45p) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{1/x}$. Atunci ecuația $f(x) = m$ are trei rădăcini reale distințe dacă și numai dacă:

- [A] $0 < m < \frac{e^2}{4}$; [B] $m > \frac{e^2}{4}$; [C] $m = \frac{e^2}{4}$; [D] $m \in \left(\frac{e}{4}, \frac{e}{2}\right)$;

- [E] $m \in \left(0, \frac{e}{2}\right)$.

- 17. (0.45p)** Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sin^2 x & \cos^2 x & 1 \\ \sin^4 x & \cos^4 x & 1 \end{vmatrix}$ este:
- [A] $\frac{\cos(2x)\sin^2(2x)}{2};$ [B] $\frac{\cos(2x)\sin(2x)}{2};$ [C] $\frac{\cos(2x)\sin(2x)}{4};$
 [D] 1; [E] $\frac{\cos(2x)\sin^2(2x)}{4}.$

- 18. (0.45p)** Pe multimea numerelor reale se consideră legea de compozitie

$$x \circ y = \frac{x+8}{|y|+1}.$$

Fie S suma tuturor numerelor naturale a cu proprietatea $a \circ a$ este număr întreg. Atunci:

- [A] $S = 9;$ [B] $S = 7;$ [C] $S = 4;$ [D] $S = 3;$ [E] $S = 6.$

- 19. (0.45p)** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) + 2 \operatorname{arctg} x.$

Atunci integrala $\int_0^1 f(x) dx$ este egală cu:

- [A] $\pi - 2 \ln 2;$ [B] $\pi;$ [C] $2\pi - 2 \ln 2;$ [D] $\pi - 4 \ln 2;$ [E] 0.

- 20. (0.45p)** Dacă $\sin x = \frac{3}{5}$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, atunci expresia $\sin 2x + \cos 2x$ este egală cu:

- [A] $\frac{17}{25};$ [B] $\frac{4}{5};$ [C] $\frac{1}{5};$ [D] $-\frac{17}{25};$ [E] 0.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.

Pentru fiecare subiect un singur răspuns este corect.

Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.