UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Departamentul de Matematici Aplicate
Simularea probei scrise de matematic pentru admiterea la Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Domeniul Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei
Sâmbătă 11 mai 2019

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1. $|z| = \dfrac{|5i+2|}{|3i-4|} = \dfrac{\sqrt{29}}{5}$ **5p**

2. Substituţia $3^x = t$ implică $2t^2 - 5t + 3 = 0$ **1p**
$t_1 = 1$ şi $t_2 = \dfrac{3}{2}$ **2p**
$x_1 = 0$ şi $x_2 = \log_3 \dfrac{3}{2}$ **2p**

3. $h(n) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{k!} \cdot \frac{(-1)^{n-k}}{(n-k)!} = \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \sum_{k=0}^{n} C_n^k (-2)^k$ **3p**
$h(n) = \dfrac{(-1)^n}{n!} \cdot (1-2)^n = \dfrac{1}{n!}$ **2p**

4. Avem o sumă de progresie aritmetică de raţie $r = 6$ cu $n = 101$ termeni **2p**
$1 + 7 + 13 + 19 + \cdots + 601 = \dfrac{(1+601)\cdot 101}{2} = 30401$ **3p**

5. Panta dreptei BC este egală cu -2 .... **2p**
Panta înălţimii din A este $\dfrac{1}{2}$ **1p**
Ecuaţia înălţimii din A este $x - 2y + 5 = 0$ **2p**

6. Întrucât $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, ecuaţia se scrie $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ **1p**
Substituţia $\cos x = t$ implică $2t^2 + 3t - 2 = 0$, adică $t_1 = -2$ şi $t_2 = \dfrac{1}{2}$ **1p**
Rezultă $\cos x = \dfrac{1}{2}$, adică $x_k = 2k\pi \pm \dfrac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$ **1p**
Suma rădăcinilor din intervalul $[-2\pi, 2\pi]$ este egală cu 0 .... **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.

a) $\det A = (m-1)^2$ **5p**

b) Sistemul sistemul are soluţie unică dacă şi numai dacă $\det A \neq 0$, adică $m \neq 1$ **5p**

c) Pentru $m \neq 1$ componentele soluţiei unice sunt $x = \dfrac{m+2}{m-1}$, $y = 0$, $z = \dfrac{-3}{m-1}$ **2p**

Întrucât $m-1$ trebuie să dividă pe 3, rezultă că $m-1 = \pm 1$ sau ± 3 .... **1p**

Avem soluţie cu componente numere întregi pentru $m=-2$, $m=0$, $m=2$, $m=4$ **2p**

2.

a) $(\hat{0},\hat{3}) \in A$ **5p**

b) $A \cap B = \{(\hat{1},\hat{1})\}$ **5p**

c) Elementul neutru $(\hat{0},\hat{0})$ nu se află în A, deci $(A,+)$ nu este subgrup al lui $(\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7, +)$... **5p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.

a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$, deci $y = \frac{\pi}{2}$ este asimptota orizontală a lui f la $+\infty$ **5p**

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)}{x^2-2x} = \lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{\operatorname{arctg}(2x-4)}{2x-4}\cdot\dfrac{2(x-2)}{x(x-2)}\right) = 1$ **5p**

c) g este continuă pe $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ din proprietăţile funcţiilor elementare **2p**

$\lim\limits_{x\nearrow 2} g(x) = 0 = g(2)$ **1p**

$\lim\limits_{x\searrow 2} g(x) = \lim\limits_{x\searrow 2} \dfrac{(x-2)^2}{(x-2)(x-1)} = 0$ **1p**

g este continuă pe $\mathbb{R}$ **1p**

2.

a) Toate numerele de forma $x_k = 2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$, sunt soluţii ale ecuaţiei $f(x)=1$ **5p**

b) $$\lim_{x\to 0}(f(x))^{\frac{1}{x}} = \frac{\lim\limits_{x\to 0}\left\{[1+(\cos x-1)]^{\frac{1}{\cos x-1}}\right\}^{\frac{\cos x-1}{x}}}{e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}}} = \frac{1}{e}$$ **5p**

c) Aria subgraficului funcţiei f pe intervalul $[0,\pi/2]$ este

$$\int_0^{\pi/2}\cos x\cdot e^{-\sin x}\,dx = -\int_0^{\pi/2}(-\sin x)' e^{-\sin x}\,dx = -e^{-\sin x}\Big|_0^{\pi/2} = \frac{e-1}{e}$$ **5p**