UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Departamentul de Matematici Aplicate
Simularea probei scrise de matematică pentru admiterea la Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică
Domeniul Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei
Sâmbătă 11 mai 2019

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră numărul complex $z = \dfrac{5i+2}{3i-4}$. Determinaţi $|z|$.

5p **2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2 \cdot 3^x + 3^{1-x} = 5$.

5p **3.** Dacă $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, sunt funcţii date prin $f(n) = \dfrac{2^n}{n!}$ şi $g(n) = \dfrac{(-1)^n}{n!}$, atunci determinaţi funcţia $h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, definită prin $h(n) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} f(k) \cdot g(n-k)$.

5p **4.** Calculaţi $1 + 7 + 13 + 19 + \cdots + 601$.

5p **5.** Determinaţi ecuaţia dreptei suport a înălţimii duse din vârful A al triunghiului ABC, unde $A(-1,2), B(2,-1), C(1,1)$.

5p **6.** Să se determine suma tuturor numerelor reale x din intervalul $[-2\pi, 2\pi]$ care verifică egalitatea $\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+my+z=1 \\ x+my+mz=-2 \end{cases}$ şi matricea asociată $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$, unde $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

5p **b)** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul are soluţie unică.

5p **c)** Să se determine $m \in \mathbb{Z}$ pentru care sistemul are soluţii numere întregi.

2. Fie mulţimile $A = \{(x,y) \in \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 | \, \hat{2}x + y = \hat{3}\}$ şi $B = \{(x,y) \in \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 | \, \hat{5}(x+y) = \hat{3}\}$.

5p **a)** Daţi exemplu de un element al mulţimii A.

5p **b)** Determinaţi elementele mulţimii $A \cap B$.

5p **c)** Stabiliţi dacă $(A,+)$ este subgrup al lui $(\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7, +)$, unde $+ : \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7 \to \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$ este legea de compoziţie definită standard prin $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2,\, y_1 + y_2)$, oricare ar fi $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$, $f(x) = \operatorname{arctg}(2x-4)$.

5p **a)** Determinaţi asimptota la $+\infty$ a lui f.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{x^2 - 2x}$.

5p **c)** Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{, dacă } x \le 2, \\ \dfrac{x^2-4x+4}{x^2-3x+2} & \text{, dacă } x > 2. \end{cases}$
Stabiliţi dacă g este continuă pe $\mathbb{R}$.

2. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\cos x}{e^{\sin x}}$.

5p **a)** Arătaţi că ecuaţia $f(x) = 1$ are o infinitate de soluţii.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\lim_{x \to 0} (f(x))^{\frac{1}{x}}$.

5p **c)** Calculaţi aria suprafeţei cuprinse între graficul funcţiei f, axa absciselor şi dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = \pi/2$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.